

Tekislikdagi birinchi tartibli chiziqlar

Tekislikda Dekart koordinatalar sistemasi kiritilgan bo'lib, bu tekislikning koordinatalari berilgan iki o'zgaruvchili

$$F(x; y) = 0$$

tenglamani qanoatlantiruvchi $M(x; y)$ nuqtalarining to'plami qaralsa, u biror chiziqdan iborat bo'ladi. Bunday holda yuqoridagi tenglamani shu *chiziqning tenglamasi* deb yuritiladi.

5.1. To'g'ri chiziqning tekislikdagi tenglamalari

Nuqta va to'g'ri chiziq planimetriyaning (tekislikdagi geometriyaning) boshlang'ich tushunchalari bo'lib, koordinatalar tekisligida nuqta o'zining koordinatalari deb ataluvchi ikkita sonlarning juftligi bilan aniqlanishini 3-bobda ko'rdik. Mazkur bandda to'g'ri chiziqni ikki o'zgaruvchili chiziqli tenglama vositasida aniqlash mumkinligini keltiramiz.

5.1.1. To'g'ri chiziqning burchak koeffitsiyentli tenglamasi

Tekislikda xOy Dekart koordinatalar sistemasi kiritilgan bo'lib, unda Oy o'qiga parallel (ya'ni Ox o'qiga tik) bo'lmagan ℓ to'g'ri chiziq berilgan bo'lsin. U holda ℓ to'g'ri chiziq Oy o'qni biror $(0; b)$ nuqtada kesib o'tishi ravshandir. Bunda b ni ℓ to'g'ri chiziqning Oy o'qdan ajratgan kesmasi deb yuritiladi. Endi ℓ to'g'ri chiziqning Ox o'qi musbat yo'nalishi bilan hosil qiluvchi va $[0; \pi)$ ga tegishli burchagini φ bilan belgilaylik. Qaralayotgan hol uchun $\varphi \neq \frac{\pi}{2}$ bo'lib, bu burchak tangensining mavjudligini e'tiborga olgan holda $tg\varphi = k$ deb belgilaymiz va bu sonni ℓ to'g'ri chiziqning burchak koeffitsiyenti deb ataymiz. Albatta, to'g'ri chiziq uchun b va k sonlar berilgan bo'lsa, uni koordinatalar tekisligida qurish mumkin.

Endi, $\varphi = 0$ (ya'ni $k = 0$) bo'lgan holni qarasak, to'g'ri chiziq $(0; b)$ nuqta orqali Ox o'qiga parallel bo'lib o'tishi va uning ixtiyoriy nuqtasining ordinatasi b ga tengligi ravshandir. Demak, bunday Ox o'qiga parallel to'g'ri chiziq tenglamasini

$$y = b$$

ko'rinishda yozish mumkin ekan.

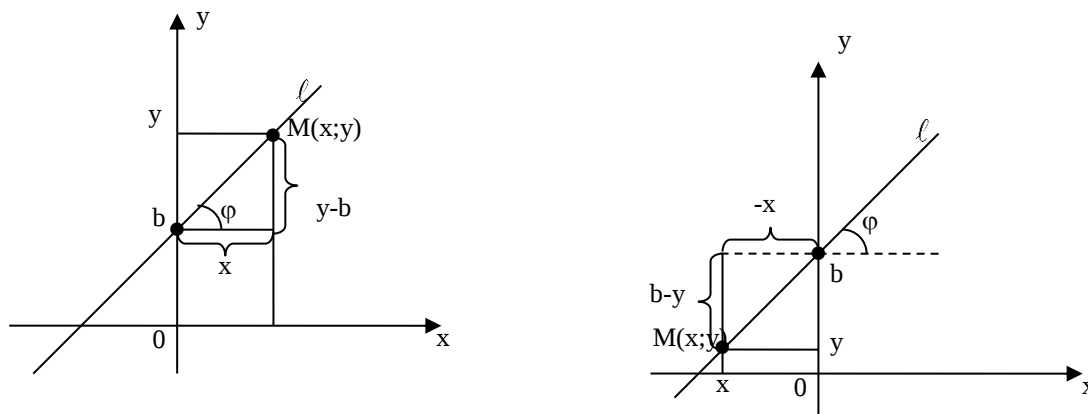
To'g'ri chiziq Ox o'qiga ham, Oy o'qiga ham parallel bo'lmasin, ya'ni $\varphi \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. $\varphi \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, ya'ni o'tkir burchak bo'lgan holni qarasak, $M(x; y)$ to'g'ri chiziqning $(0; b)$ dan farqli nuqtasi bo'lganda, 5.1.1-rasmdan ko'rinadiki,

$$tg\varphi = \begin{cases} \frac{y-b}{x}, & x > 0, \\ \frac{b-y}{-x}, & x < 0 \end{cases}$$

kelib chiqadi. Bundan, $x \neq 0$ deb faraz qilib,

$$y = kx + b \quad (5.1.1)$$

tenglamaga kelimiz. Agar bu tenglamada $x=0$ desak, $y=b$ ni, ya'ni $(0; b)$ nuqtani olamiz. Demak, (5.1.1) tenglama ℓ to'g'ri chiziqlarning barcha nuqtalari uchun o'rinli bo'lar ekan ($x \in \mathbb{R}$). Uni to'g'ri chiziqlarning burchak koeffitsiyentli tenglamasi deb ataladi.



5.1.1-rasm.

Agar (5.1.1) da $k=0$ ($\varphi=0$) deyilsa, $y=b$ bo'lib, Ox o'qqa parallel to'g'ri chiziq tenglamasiga ega bo'lamiz.

Olingan (5.1.1) tenglama $\varphi \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$ - ya'ni o'tmas burchak bo'lgan hol uchun ham to'g'ri ekanligiga ishonch hosil qilish qiyin emas.

Endi, $\varphi = \frac{\pi}{2}$ (to'g'ri chiziq Ox o'qqa tik) bo'lgan holni qaraylik. Bu hol uchun burchak koeffitsiyent k mavjud emasligi ravshandir. Ammo, bunday to'g'ri chiziq Ox o'qidan biror a kesma ajratadi va unda yotgan barcha nuqtalarning absissasi shu a songa teng, ya'ni

$$x = a \quad (5.1.2)$$

bo'ladi. Bu Ox o'qqa tik (ya'ni Oy o'qqa parallel) to'g'ri chiziq tenglamasidir. Demak, Ox o'qqa tik to'g'ri chiziq tenglamasini burchak koeffitsiyentli ko'rinishda ifodalab bo'lmaz ekan.

5.1.2. To'g'ri chiziqlarning umumiy tenglamasi

Yuqorida koordinatalar tekisligida yotuvchi to'g'ri chiziqlarning tenglamasi (5.1.1) yoki (5.1.2) shaklda bo'lishini ko'rdik. U x va y o'zgaruvchi koordinatalarga nisbatan birinchi darajali (chiziqli) tenglamadir.

Ushbu,

$$Ax + By + C = 0 \quad (5.1.3)$$

x va y o'zgaruvchilarga nisbatan birinchi darajali (chiziqli) tenglama $A^2 + B^2 > 0$ shart bajarilganda koordinatalar tekisligida yotuvchi birorta to'g'ri chiziqlarning tenglamasi ekanligini ko'rsatish mumkin. Bu yerda A va B lar tenglama koeffitsiyentlari C esa ozod hadi deyilib, ular berilgan sonlardir.

(5.1.3) tenglamada A yoki B koeffitsiyentlardan aqalli bittasi nolga teng emas deb faraz qilaylik (aks holda biz tenglama emas $C=0$ sonli tenglikka ega bo'lardik).

Masalan, $B=0$ va $A \neq 0$ bo'lsin, bu holda (5.1.3) tenglama

$$x = -\frac{C}{A}$$

tenglamaga ekvivalent bo'ladi. Bu Oy o'qqa parallel to'g'ri chiziq tenglamasidir. Agar $B \neq 0$ bo'lsa, (5.1.3)

$$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B} \quad (5.1.4)$$

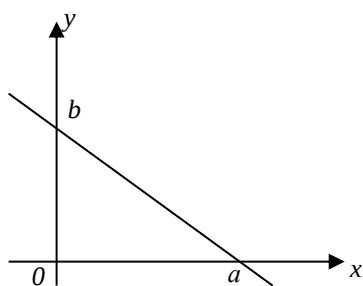
tenglamaga ekvivalent bo'ladi. (5.1.4) da $k = -\frac{A}{B}$, $b = -\frac{C}{B}$ deb belgilansa, undan to'g'ri chiziqning (5.1.1) burchak koeffitsiyentli tenglamasini olamiz. Demak, (5.1.3) tenglama $A^2 + B^2 > 0$ bo'lganda, to'g'ri chiziqni ifodalaydi. Shu sababli, (5.1.3) ni *to'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi* deb ataladi.

5.1.3. To'g'ri chiziqning kesmalar bo'yicha tenglamasi

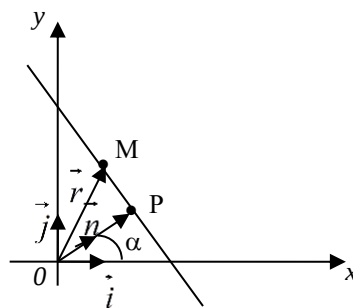
(5.1.3) da $A^2 + B^2 \neq 0$ bo'lsa, uni $-\frac{A}{C}x - \frac{B}{C}y = 1$ ko'rinishga keltirish osondir. $-\frac{C}{A} = a$ va $-\frac{C}{B} = b$ belgilashlarni kiritib, oxirgini

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \quad (5.1.5)$$

ko'rinishga keltiramiz. (5.1.5) ni *to'g'ri chiziqning kesmalar bo'yicha (kesmalardagi) tenglamasi* deyiladi. Undagi a va b lar to'g'ri chiziqning mos ravishda Ox va Oy o'qlardan ajratgan kesmalari ekanligiga ishonch hosil qilish osondir (5.1.2-rasm).



5.1.2-rasm.



5.1.3-rasm.

5.1.4. To'g'ri chiziqning normal tenglamasi

Koordinatalar boshidan o'tmaydigan to'g'ri chiziqlar uchun ko'pincha (5.1.3.) tenglamaning maxsus shaklidan foydalaniladi. ℓ koordinatalar boshidan o'tmaydigan to'g'ri chiziq bo'lsin. Koordinatalar boshidan ℓ to'g'ri chiziqqa tushirilgan

perpendikulyarning uzunligi p ga teng deylik, ya'ni $|\overrightarrow{Op}| = p$, bunda P – perpendikulyarning asosi. $\vec{n}$ $\overrightarrow{OP}$ ning birlik vektori bo'lsin. Bu holda $\overrightarrow{OP} = p\vec{n}$ deb yozish mumkin. $\overrightarrow{OP}$ vektor bilan $\vec{i}$ vektor o'zaro α burchak hosil qilsin (5.1.3-rasm). $\overrightarrow{OP}$ ni ℓ chiziqning normaliy deyiladi. Agar ixtiyoriy $M(x,y) \in \ell$ nuqtani olsak, u vaqtda, $\overrightarrow{OM} = \vec{r}$ radius-vektorning koordinatalari (x, y) , ya'ni

$$\overrightarrow{OM} = \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}.$$

5.1.3-rasmdan $\overrightarrow{PM} = \vec{r} - \overrightarrow{OP}$ bo'lib, u $\vec{n}$ vektorga ortogonal bo'lgani uchun ushbuni yoza olamiz:

$$(\vec{r} - \overrightarrow{OP}) \cdot \vec{n} = 0 \Rightarrow \vec{r} \cdot \vec{n} = \overrightarrow{OP} \cdot \vec{n}.$$

Agar $\vec{n}$ birlik vektor uchun

$$\vec{n} = \vec{i} \cos \alpha + \vec{j} \sin \alpha$$

ekanini e'tiborga olsak, yuqoridagi tenglamadan, $\overrightarrow{OP} \cdot \vec{n} = p$ bo'lganligi sababli,

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha - p = 0 \quad (5.1.6)$$

tenglamaga ega bo'lamiz. (5.1.6) ℓ to'g'ri chiziqning normal tenglamasi deyiladi. Bu yerda, agar ℓ to'g'ri chiziq koordinatalar boshi orqali o'tsa $p=0$ bo'lib, $\vec{n}$ to'g'ri chiziqqa tik bo'lgan birlik vektor ekanligi ravshandir. Demak, (5.1.6) tenglamada $p \geq 0$ hamda o'zgaruvchilar koeffitsiyentlari kvadratlarining yig'indisi birga tengdir. Endi, to'g'ri chiziqning umumiy tenglamasini normal tenglama ko'rinishiga keltiraylik. Buning uchun $A^2 + B^2 > 0$ shart bajarilganda (5.1.3) tenglamaning har ikkala tomonini $\lambda \neq 0$ ga ko'paytirib,

$$(\lambda A)x + (\lambda B)y + \lambda C = 0$$

da λ ni yuqorida aytilgandek tanlaymiz:

$$(\lambda A)^2 + (\lambda B)^2 = 1, \quad \lambda C = -p \quad (p \geq 0).$$

Bundan

$$\lambda = \pm \frac{1}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (5.1.7)$$

va $p = -\lambda C \geq 0$ bo'lishi uchun λ ning ishorasini C ning ishorasiga qarama-qarshi qilib tanlash kifoyadir. λ ning topilgan qiymatini oxirgi tenglamaga qo'yib, uni (5.1.6) ko'rinishga keltiramiz. (5.1.7) formula bilan aniqlangan λ ni *normallovchi ko'paytuvchi* deyiladi. Yuqoridagi mulohazalardan to'g'ri chiziqning umumiy tenglamasini normal tenglamaga keltirish uchun umumiy tenglamaning ikkala tomonini normallovchi ko'paytuvchiga ko'paytirish kifoya degan xulosa kelib chiqadi:

$$\frac{Ax + By + C}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}} = 0 \quad (5.1.8)$$

Eslatma. Agar to'g'ri chiziqning normal tenglamasidagi x va y o'zgaruvchilarning koeffitsiyentlari to'g'ri chiziqqa koordinatalar boshidan tushirilgan (yoki o'tkazilgan) perpendikulyar birlik vektorining yo'naltiruvchi kosinuslari ekanligini eslasak, $\vec{N}(A;B)$ bilan $\vec{n}(\lambda A; \lambda B)$ kollinear ekanligidan to'g'ri chiziq umumiy tenglamasidagi koeffitsiyentlaridan tuzilgan $\vec{N}(A;B)$ vektor shu to'g'ri chiziqqa perpendikulyar ekanligi kelib chiqadi. Shu sababli, $\vec{N}(A;B)$ ni ham *to'g'ri chiziqning normaliy* deb yuritiladi.

5.1.5. To'g'ri chiziqlar dastasi

Tekislikning berilgan nuqtasidan o'tuvchi barcha to'g'ri chiziqlar to'plami to'g'ri chiziqlar dastasi, berilgan nuqta esa uning markazi deyiladi.

Agar to'g'ri chiziqlar dastasining markazi $M_0(x_0; y_0)$ dan iborat bo'lsa (5.1.4-rasm), uning tenglamasini

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0 \quad (5.1.9)$$

ko'rinishda yozish mumkin, bu yerda $A^2 + B^2 > 0$ deb faraz qilinadi.

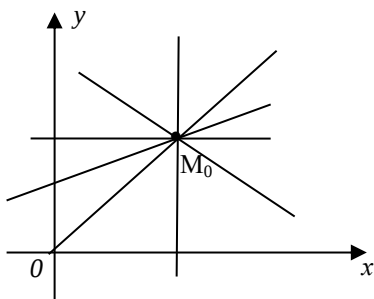
Haqiqatdan ham, agar dastaga tegishli $Ax + By + C = 0$ to'g'ri chiziq $M_0(x_0; y_0)$ nuqta orqali o'tishini hisobga olsak, $C = -Ax_0 - By_0$ bo'lib, (5.1.9) tenglamani olamiz.

Agar (5.1.9) da $B \neq 0$ deb faraz qilinsa, dasta tenglamasini

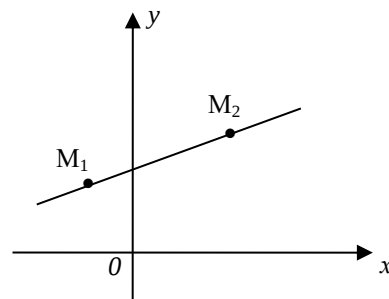
$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

ko'rinishga keltirish mumkinligi ravshandir. Oxirgi tenglama vositasida yozilgan dastada $x = x_0$ to'g'ri chiziqning etishmasligini aytamiz.

Agar $M_0(x_0; y_0)$ nuqtadan berilgan k yo'nalish bo'yicha o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini tuzish talab qilingan bo'lsa, yuqoridagi tenglamani yozish kifoyadir.



5.1.4-rasm.



5.1.5- rasm.

5.1.6. Berilgan ikki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi

Agar $M_1(x_1; y_1)$, $M_2(x_2; y_2)$ nuqtalar berilgan bo'lib, ular orqali o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini tuzish talab qilingan bo'lsa, ular ustma-ust tushmagan holda bu masala yagona yechimga egadir (5.1.5-rasm).

$x_1 = x_2$ bo'lgan holda talab qilingan tenglama $x = x_1$, $y_1 = y_2$ bo'lganda esa $y = y_1$ bo'lishi ravshandir. Endi, $x_1 \neq x_2$ va $y_1 \neq y_2$ bo'lgan holni qarasak, markazi M_1 nuqtada bo'lgan

$$y - y_1 = k(x - x_1)$$

dasta to'g'ri chiziqlaridan M_2 orqali o'tuvchisini ajratsak,

$$y_2 - y_1 = k(x_2 - x_1) \Rightarrow k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ni olamiz. Buni yuqoridagi tenglamaga qo'yib, oddiy shakl o'zgartirish bajarish natijasida

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

ga ega bo'lamiz. Bu *ikki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi*dir.

5.1.7. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak

ℓ_1 va ℓ_2 to'g'ri chiziqlar mos ravishda quyidagi tenglamalar bilan berilgan bo'lsin:

$$(\ell_1): A_1x + B_1y + C_1 = 0 \quad \text{va} \quad (\ell_2): A_2x + B_2y + C_2 = 0$$

U vaqtda, $\vec{n}_1 = \{A_1, B_1\}$ ℓ_1 ga, $\vec{n}_2 = \{A_2, B_2\}$ esa ℓ_2 ga normal vektor bo'ladi.

Agar $\vec{n}_1$ va $\vec{n}_2$ o'zaro kollinear bo'lmasa, $\vec{n}_1$ va $\vec{n}_2$ orasidagi φ burchak ℓ_1 va ℓ_2 to'g'ri chiziqlar o'zaro tashkil qilgan burchaklardan biriga teng bo'ladi. Agar ℓ_1 va ℓ_2 to'g'ri chiziqlar parallel bo'lsa, ular orasidagi burchak nolga teng deb qabul qilinadi. Endi, umumiy holda φ to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak bo'lsa, uni topish uchun $\vec{n}_1$ va $\vec{n}_2$ larning skalyar ko'paytmasidan foydalanib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2}} \quad (5.1.10)$$

Agar $B_1 \neq 0, B_2 \neq 0$ bo'lsa, olingan (5.1.10) formulani

$$\cos \varphi = \frac{\left| \frac{A_1}{B_1} \cdot \frac{A_2}{B_2} + 1 \right|}{\sqrt{\left(\frac{A_1^2}{B_1^2} \right) + 1} \cdot \sqrt{\left(\frac{A_2^2}{B_2^2} \right) + 1}}$$

ko'rinishga keltirib, to'g'ri chiziqlar burchak koeffitsiyentlari uchun

$$k_1 = -\frac{A_1}{B_1}, \quad k_2 = -\frac{A_2}{B_2}$$

ifodalardan foydalansak,

$$\cos \varphi = \frac{|k_1 \cdot k_2 + 1|}{\sqrt{(k_1^2 + 1)(k_2^2 + 1)}}$$

ni olamiz. Sodda hisoblashlar yordamida quyidagi

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{|A_2B_1 - A_1B_2|}{|A_1A_2 + B_1B_2|} = \frac{|k_2 - k_1|}{|1 + k_1k_2|}$$

formulani hosil qilish mumkin.

Endi, ikki to'g'ri chiziqning perpendikulyarlik va parallellik shartlarini ko'raylik. Agar $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ va $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ lar berilgan ikki to'g'ri chiziqning tenglamalari bo'lib, ular perpendikulyar bo'lsa, $\vec{n}_1 = \{A_1; B_1\}$, $\vec{n}_2 = \{A_2; B_2\}$ normalarning ortogonalligidan

$$A_1A_2 + B_1B_2 = 0 \quad (5.1.11)$$

yoki ($B_1 \neq 0, B_2 \neq 0$ deb faraz qilib) burchak koeffitsiyentlar orqali

$$k_1k_2 + 1 = 0 \quad (5.1.12)$$

ni olamiz. (5.1.11) yoki (5.1.12) munosabat to'g'ri chiziqlarning perpendikulyarlik shartidan iboratdir.

Ikki to'g'ri chiziqning parallellik sharti vektorlarning kollinearlik shartidan kelib chiqadi. Agar $\vec{n}_1 = \lambda \vec{n}_2$ yoki

$\{A_1, B_1\} = \{\lambda A_2, \lambda B_2\}$ bo'lsa, undan

$$A_1B_2 - A_2B_1 = 0. \quad (5.1.13)$$

Buni $B_1 \neq 0, B_2 \neq 0$ bo'lganda burchak koeffitsiyentlar orqali

$$k_1 = k_2 \quad (5.1.14)$$

ko‘rinishda ham yozish mumkin.

(5.1.13) yoki (5.1.14) to‘g‘ri chiziqlarning parallellik shartidir.

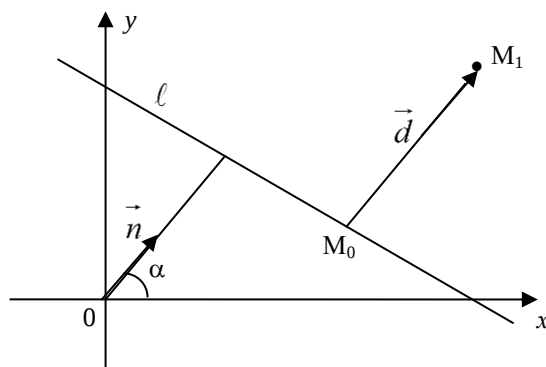
5.1.8. Nuqtadan to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan masofa

Koordinatalar tekisligida berilgan $M_1(x_1, y_1)$ nuqtadan berilgan ℓ to‘g‘ri chiziqqacha masofani topish talab qilingan bo‘lsin. ℓ to‘g‘ri chiziq $x \cos \alpha + y \sin \alpha - p = 0$ ($p \geq 0$) normal tenglamaga ega deb faraz qilaylik. M_1 nuqta va ℓ to‘g‘ri chiziqning koordinatalar sistemasiga nisbatan joylashishini quyidagicha izohlaymiz (5.1.6-rasm):

$M_0 \in \ell$, $\overrightarrow{M_0 M_1} \perp \ell$, $\vec{n} \perp \ell$, $\vec{n}(\cos \alpha; \sin \alpha)$, $\vec{d} = \overrightarrow{M_0 M_1}$. Demak, agar $M_0(x_0; y_0)$ desak, $x_0 \cos \alpha + y_0 \sin \alpha - p = 0$; $\vec{d}(x_1 - x_0; y_1 - y_0)$;

$$\begin{aligned} \vec{d} \parallel \vec{n} &\Rightarrow \delta = |\vec{d}| = |\vec{d} \cdot \vec{n}| = |(x_1 - x_0) \cos \alpha + (y_1 - y_0) \sin \alpha| = \\ &= |x_1 \cos \alpha + y_1 \sin \alpha - (x_0 \cos \alpha + y_0 \sin \alpha)| = |x_1 \cos \alpha + y_1 \sin \alpha - p|. \\ \delta &= |x_1 \cos \alpha + y_1 \sin \alpha - p| \end{aligned} \quad (5.1.15)$$

kelib chiqadi. (5.1.15) berilgan $M_1(x_1; y_1)$ nuqtadan $x \cos \alpha + y \sin \alpha - p = 0$ to‘g‘ri chiziqqacha masofa formulasidir.



5.1.6- rasm.

Yuqorida normallovchi ko‘paytuvchi yordamida to‘g‘ri (5.1.3) chiziqning umumiy tenglamasini normal (5.1.8) ko‘rinishga keltirgan edik. Demak, bu hol uchun (5.1.15) ni

$$\delta = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (5.1.16)$$

ko‘rinishda yozish mumkin.

5.2. Qutb koordinatalari sistemasi

Tekislikda boshi biror O nuqtada bo‘lgan ℓ nurni olamiz. Tekislikda olingan ixtiyoriy M nuqtani O bilan tutashtirib, $\overrightarrow{OM}$ vektorni hosil qilaylik va

$$\rho = |\overrightarrow{OM}|$$

deb belgilaylik. $\overrightarrow{OM}$ vektor bilan ℓ nur (yo'naltirilgan nur) orasidagi burchakni φ deylik (5.2.1-rasm).

Shu yo'sinda olingan ρ va φ sonlar M nuqtaning qutb koordinatalari deyilib, bu holda, tekislikda qutb koordinatalari sistemasi kiritilgan, O nuqta qutb boshi ℓ nur qutb o'qi, ρ qutb radiusi, φ qutb burchagi deb yuritiladi. Xuddi shuningdek, M nuqtaning qutb koordinatalari ρ va φ berilgan bo'lsa, $M(\rho; \varphi)$ ko'rinishda yozilib, uni qutb koordinatalari tekisligida qurish mumkinligi ravshandir. Kezi kelganda shuni ham aytamizki, qutb boshi O nuqta uchun $\rho=0$ bo'lib, φ ixtiyoriy qiymat qabul qilishi mumkin, aniqlik uchun ko'pincha $\varphi=0$ deb olinadi. Undan tashqari, qutb radiuslari teng qutb burchaklari esa birbiridan 2π ga karrali (radianlarda hisoblanganda) burchakka farq qiluvchi nuqtalar ustma-ust tushishini, ya'ni aslida bitta nuqta ekanligini ham aytamiz. Haqiqatdan ham, agar $M(\rho, \varphi)$ bilan aniqlangan nuqtani olinsa, xuddi shu nuqta $(\rho, \varphi + 2k\pi)$, $k \in \mathbb{Z}$ koordinatalar bilan ham aniqlanadi. Bu holat, hatto, ko'p tekshirishlarda qulaylikka ham olib keladi. Bu tekislikda qutb sistemasining Dekart sistemasiga qaraganda kengroq imkoniyatga egaligini ko'rsatadi.

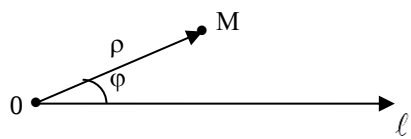
Agar tekislikda koordinatalar boshi qutb bilan, absissalar o'qining musbat qismi esa qutb o'qi bilan ustma-ust tushadigan Dekart koordinatalar sistemasi kiritilsa (5.2.2-rasm), u vaqtda, M nuqtaning (x, y) - Dekart va (ρ, φ) -qutb koordinatalari quyidagi formulalar bilan bog'langandir:

$$x = \rho \cos \varphi, y = \rho \sin \varphi.$$

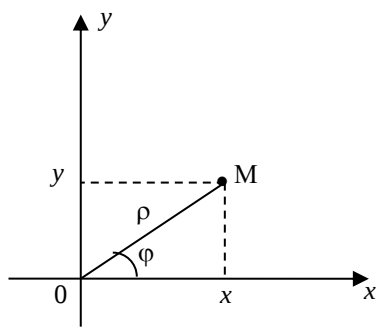
O'z navbatida, ρ va φ lar x va y orqali, $|x| + |y| > 0$, $0 \leq \varphi < 2\pi$ bo'lganda bir qiymatli topiladi:

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}; \quad \cos \varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}; \quad \sin \varphi = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

$$\varphi = \begin{cases} \arctg \frac{y}{x}, & x > 0, y > 0; \\ \pi + \arctg \frac{y}{x}, & x \cdot y \neq 0, x < 0; \\ 2\pi + \arctg \frac{y}{x}, & x \cdot y < 0, x > 0; \\ 0, & x \cdot y = 0, x > 0; \\ \frac{\pi}{2}, & x \cdot y = 0, y > 0; \\ \pi, & x \cdot y = 0, x < 0; \\ \frac{3\pi}{2}, & x \cdot y = 0, y < 0. \end{cases}$$



5.2.1- rasm.



5.2.2- rasm.